

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
АЛТАЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Математический факультет

Кафедра алгебры, математической логики и теории чисел

СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

Варианты заданий для самостоятельной работы студентов

Барнаул 2010

Составитель: к. ф.-м. н. С.А. Шахова

Рецензент: к. ф.-м. н. С.В. Ленюк

Методические указания содержат варианты заданий для самостоятельной работы студентов по теме «Системы линейных уравнений» из курса линейной алгебры. Предназначены для студентов первого курса математического факультета.

Вариант 1.

1. Найти ранг матрицы методом окаймления миноров и при помощи элементарных преобразований

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 & 3 & 4 \\ -2 & 1 & 3 & 0 & 2 \\ 4 & -2 & 4 & 1 & -3 \\ 4 & 1 & -1 & 7 & 3 \end{pmatrix}.$$

2. Решить следующие системы линейных уравнений методом Гаусса:

$$\text{а) } \begin{cases} 3x_1 - x_2 + 7x_3 = 18, \\ 2x_1 + 5x_3 = 14, \\ -4x_1 + 2x_2 + x_3 = 18; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 3x_1 + x_2 - 5x_3 = 4, \\ -2x_1 + 8x_2 - x_3 = 3, \\ -x_1 - 9x_2 + 6x_3 = -7; \end{cases} \quad \text{в) } \begin{cases} -2x_1 + x_2 + 3x_3 = -5, \\ 4x_1 - x_2 + 5x_3 = 6, \\ -2x_1 + 2x_2 + 14x_3 = 7. \end{cases}$$

3. Найти какой-нибудь базис и определить размерность линейного пространства решений системы уравнений:

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - 8x_3 + 2x_4 + x_5 = 0, \\ 2x_1 - 2x_2 - 3x_3 - 7x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 + 11x_2 - 12x_3 + 34x_4 - 5x_5 = 0. \end{cases}$$

4. Найти какую-нибудь базу системы векторов и все векторы системы, не входящие в данную базу, выразить через векторы базы:

$$\begin{aligned} a_1 &= (1 \ 2 \ -3 \ 1), & a_2 &= (-3 \ 1 \ 2 \ 4), \\ a_3 &= (5 \ 3 \ -8 \ -2), & a_4 &= (-4 \ -1 \ 5 \ 3). \end{aligned}$$

5. Исследовать совместность и найти общее решение и одно частное решение системы уравнений:

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = 2, \\ 2x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 4, \\ 3x_1 - 24x_2 - 11x_3 + x_4 = -22. \end{cases}$$

6. Найти многочлен 3-ей степени $f(x)$, для которого, $f(1) = 0$, $f(-1) = -10$, $f(2) = 14$, $f(-2) = -30$.

7. Выяснить, образуют ли строки матрицы

$$\begin{pmatrix} -8 & 1 & 2 & -1 & 5 \\ 2 & 2 & 1 & 0 & -1 \\ 4 & -5 & -4 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

фундаментальную систему решений для системы уравнений

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 - 3x_2 + 4x_3 - 3x_4 = 0. \end{cases}$$

Вариант 2.

1. Найти ранг матрицы методом окаймления миноров и при помощи элементарных преобразований

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 & 6 & -5 \\ -1 & -2 & 2 & -3 \\ 4 & 6 & -1 & 7 \\ 4 & 0 & 11 & -7 \end{pmatrix}.$$

2. Решить следующие системы линейных уравнений методом Гаусса:

$$\text{а) } \begin{cases} 4x_1 + 9x_2 + 3x_3 = 29, \\ 3x_1 - 4x_2 + x_3 = 4, \\ -2x_1 + x_2 + 5x_3 = -23; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 2, \\ 4x_1 - 3x_2 - 5x_3 = 8, \\ -3x_1 + 5x_2 + x_3 = -6; \end{cases} \quad \text{в) } \begin{cases} -3x_1 + x_2 + 5x_3 = 4, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = -3, \\ x_1 - 5x_2 + 7x_3 = 2. \end{cases}$$

3. Найти какой-нибудь базис и определить размерность линейного пространства решений системы уравнений:

$$\begin{cases} 7x_1 + 2x_2 - x_3 - 2x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 - 3x_2 + x_3 - x_4 - x_5 = 0, \\ 2x_1 + 5x_2 + 2x_3 + x_4 + x_5 = 0. \end{cases}$$

4. Найти какую-нибудь базу системы векторов и все векторы системы, не входящие в данную базу, выразить через векторы базы:

$$\begin{aligned} a_1 &= (-3 \ 1 \ 2 \ 5), & a_2 &= (1 \ -1 \ 0 \ -1), \\ a_3 &= (-1 \ 0 \ 1 \ 3), & a_4 &= (2 \ -1 \ -1 \ -2). \end{aligned}$$

5. Исследовать совместность и найти общее решение и одно частное решение системы уравнений:

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 7x_4 = 1, \\ 3x_1 + 2x_2 + 13x_3 + 18x_4 = 1, \\ 3x_1 + 2x_2 - 11x_3 - 15x_4 = 1. \end{cases}$$

6. Найти многочлен 3-ей степени $f(x)$, для которого,
 $f(1) = -5$, $f(-1) = -15$, $f(-2) = -32$, $f(3) = 13$.

7. Выяснить, образуют ли строки матрицы

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & -2 & -1 \\ 1 & 3 & 3 & 18 & 2 \\ -1 & 2 & -18 & -18 & 3 \end{pmatrix}$$

фундаментальную систему решений для системы уравнений

$$\begin{cases} 8x_1 + x_2 + x_3 - x_4 + 2x_5 = 0, \\ 3x_1 - 3x_2 - 2x_3 + x_4 - 3x_5 = 0, \\ 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 - 2x_4 + 5x_5 = 0. \end{cases}$$

Вариант 3.

1. Найти ранг матрицы методом окаймления миноров и при помощи элементарных преобразований

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 0 & 3 \\ 2 & 3 & 2 & 4 & 7 \\ 4 & 11 & 7 & 9 & 6 \\ 3 & 2 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

2. Решить следующие системы линейных уравнений методом Гаусса:

$$\text{а) } \begin{cases} -3x_1 + 5x_2 + 4x_3 = 26, \\ 5x_1 - 2x_2 + 7x_3 = 3, \\ 8x_1 - x_2 + 3x_3 = -5; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 2x_1 - 6x_2 + 7x_3 = -4, \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 5, \\ 3x_1 - 4x_2 + 4x_3 = 1; \end{cases} \quad \text{в) } \begin{cases} -3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 1, \\ 3x_1 - 5x_2 + x_3 = 6, \\ 3x_1 - 6x_2 + 4x_3 = -1. \end{cases}$$

3. Найти какой-нибудь базис и определить размерность линейного пространства решений системы уравнений:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 10x_3 + x_4 - x_5 = 0, \\ 5x_1 - x_2 + 8x_3 - 2x_4 + 2x_5 = 0, \\ 3x_1 - 3x_2 - 12x_3 - 4x_4 + 4x_5 = 0. \end{cases}$$

4. Найти какую-нибудь базу системы векторов и все векторы системы, не входящие в данную базу, выразить через векторы базы:

$$\begin{aligned} a_1 &= (3 \quad -4 \quad 5 \quad -1), & a_2 &= (2 \quad -3 \quad 1 \quad 0), \\ a_3 &= (-4 \quad 7 \quad 5 \quad -2), & a_4 &= (-1 \quad 2 \quad 3 \quad -1). \end{aligned}$$

5. Исследовать совместность и найти общее решение и одно частное решение системы уравнений:

$$\begin{cases} 4x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 3, \\ 12x_1 + 3x_2 + 9x_3 + 10x_4 = 13, \\ 8x_1 + 2x_2 + 6x_3 + 5x_4 = 7. \end{cases}$$

6. Найти многочлен 3-ей степени $f(x)$, для которого, $f(1) = 15$, $f(-1) = 5$, $f(2) = 32$, $f(-3) = -13$.

7. Выяснить, образуют ли строки матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 & -15 \\ 2 & -4 & -5 & -1 & -17 \\ -1 & -1 & -8 & 2 & 28 \end{pmatrix}$$

фундаментальную систему решений для системы уравнений

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 + 12x_4 - x_5 = 0, \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 - 10x_4 + x_5 = 0, \\ 3x_1 + x_2 + 2x_4 = 0. \end{cases}$$

Вариант 4.

1. Найти ранг матрицы методом окаймления миноров и при помощи элементарных преобразований

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 & 1 \\ 2 & 0 & -3 & -6 \\ -3 & 4 & -1 & 2 \\ 3 & -5 & 3 & 3 \\ -2 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

2. Решить следующие системы линейных уравнений методом Гаусса:

$$\text{а) } \begin{cases} -2x_1 + x_2 + 3x_3 = 1, \\ 4x_1 - x_2 + 5x_3 = 27, \\ 3x_1 - 4x_2 + 4x_3 = 34; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 5x_1 - 3x_2 + x_3 = -1, \\ -2x_1 + x_2 = 1, \\ -3x_1 + x_2 + x_3 = 3; \end{cases} \quad \text{в) } \begin{cases} 5x_1 - 2x_2 + x_3 = -4, \\ -6x_1 + x_2 + 2x_3 = 3, \\ x_1 + x_2 - 3x_3 = 2. \end{cases}$$

3. Найти какой-нибудь базис и определить размерность линейного пространства решений системы уравнений:

$$\begin{cases} 6x_1 - 9x_2 + 21x_3 - 3x_4 - 12x_5 = 0, \\ -4x_1 + 6x_2 - 14x_3 + 2x_4 + 8x_5 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 7x_3 - x_4 - 4x_5 = 0. \end{cases}$$

4. Найти какую-нибудь базу системы векторов и все векторы системы, не входящие в данную базу, выразить через векторы базы:

$$\begin{aligned} a_1 &= (-1 \ 3 \ 0 \ -3), & a_2 &= (-2 \ 3 \ 1 \ -1), \\ a_3 &= (-1 \ 0 \ 1 \ 2), & a_4 &= (-3 \ 6 \ 1 \ -4). \end{aligned}$$

5. Исследовать совместность и найти общее решение и одно частное решение системы уравнений:

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 5x_4 = 2, \\ 6x_1 + 9x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 4, \\ 4x_1 + 6x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 3. \end{cases}$$

6. Найти многочлен 3-ей степени $f(x)$, для которого, $f(-2) = -15$, $f(-1) = -4$, $f(2) = 5$, $f(3) = 20$.

7. Выяснить, образуют ли строки матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & -7 & -3 \\ 1 & 0 & 2 & 22 & 9 \\ 1 & 1 & 2 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

фундаментальную систему решений для системы уравнений

$$\begin{cases} 7x_1 - 14x_2 + 3x_3 - x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - 3x_4 + 7x_5 = 0, \\ 5x_1 - 10x_2 + x_3 + 5x_4 - 13x_5 = 0. \end{cases}$$

Вариант 5.

1. Найти ранг матрицы методом окаймления миноров и при помощи элементарных преобразований

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 4 & 1 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & 4 & 4 & 1 \end{pmatrix}.$$

2. Решить следующие системы линейных уравнений методом Гаусса:

$$\text{а) } \begin{cases} -5x_1 + x_2 + 2x_3 = 21, \\ 3x_1 - 4x_2 + 3x_3 = -22, \\ -2x_1 - 3x_2 + x_3 = -5; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 3x_1 - 4x_2 + 2x_3 = -1, \\ -5x_1 + 2x_2 - 8x_3 = 3, \\ x_1 - 6x_2 - 4x_3 = 1; \end{cases} \quad \text{в) } \begin{cases} -4x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 5, \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 = 4, \\ x_1 + 5x_2 - 3x_3 = -8. \end{cases}$$

3. Найти какой-нибудь базис и определить размерность линейного пространства решений системы уравнений:

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + 10x_2 - 3x_3 - 2x_4 - x_5 = 0, \\ 4x_1 + 19x_2 - 4x_3 - 5x_4 - x_5 = 0. \end{cases}$$

4. Найти какую-нибудь базу системы векторов и все векторы системы, не входящие в данную базу, выразить через векторы базы:

$$\begin{aligned} a_1 &= (-1 \ 2 \ 4 \ 1), & a_2 &= (-5 \ 3 \ 8 \ 4), \\ a_3 &= (3 \ 1 \ 0 \ -2), & a_4 &= (1 \ 5 \ 8 \ 0). \end{aligned}$$

5. Исследовать совместность и найти общее решение и одно частное решение системы уравнений:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 7x_3 + 3x_4 = 5, \\ 2x_1 + 4x_2 - 31x_3 + 14x_4 = 18, \\ 3x_1 + 6x_2 - 4x_3 + x_4 = 7. \end{cases}$$

6. Найти многочлен 3-ей степени $f(x)$, для которого,

$$f(-3) = -20, \quad f(-2) = -5, \quad f(2) = 15, \quad f(1) = 4.$$

7. Выяснить, образуют ли строки матрицы

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & -4 & 4 & -6 \\ 2 & -1 & 11 & -8 & 25 \\ 2 & 3 & -5 & 8 & 1 \end{pmatrix}$$

фундаментальную систему решений для системы уравнений

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 - x_5 = 0, \\ 2x_1 - 2x_2 - 5x_3 - 3x_4 + x_5 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 2x_4 - x_5 = 0. \end{cases}$$

Вариант 6.

1. Найти ранг матрицы методом окаймления миноров и при помощи элементарных преобразований

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & 0 & -1 \\ -1 & -2 & 2 & 9 \\ 1 & 1 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 6 & -7 \end{pmatrix}.$$

2. Решить следующие системы линейных уравнений методом Гаусса:

$$\text{а) } \begin{cases} 7x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -4, \\ 4x_1 + x_2 - x_3 = 15, \\ 5x_1 + x_2 - 2x_3 = 1; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} -4x_1 + 5x_2 + x_3 = -8, \\ -3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 6, \\ 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 = -20; \end{cases} \quad \text{в) } \begin{cases} 3x_1 - 5x_2 + 2x_3 = -7, \\ 4x_1 + x_2 + 3x_3 = 2, \\ -2x_1 + 11x_2 - x_3 = 11. \end{cases}$$

3. Найти какой-нибудь базис и определить размерность линейного пространства решений системы уравнений:

$$\begin{cases} 5x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 - x_5 = 0, \\ x_1 + 4x_2 - 3x_3 + 2x_4 - 5x_5 = 0, \\ 6x_1 + 2x_2 - 2x_4 - 6x_5 = 0. \end{cases}$$

4. Найти какую-нибудь базу системы векторов и все векторы системы, не входящие в данную базу, выразить через векторы базы:

$$\begin{aligned} a_1 &= (-1 \ 0 \ -1 \ 1), & a_2 &= (0 \ -2 \ 1 \ 3), \\ a_3 &= (3 \ -2 \ 4 \ 0), & a_4 &= (-2 \ 2 \ -3 \ -1). \end{aligned}$$

5. Исследовать совместность и найти общее решение и одно частное решение системы уравнений:

$$\begin{cases} 3x_1 + 9x_2 + 5x_3 + 6x_4 = 4, \\ 2x_1 + 6x_2 + 3x_3 + x_4 = 5, \\ x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 14x_4 = -8. \end{cases}$$

6. Найти многочлен 3-ей степени $f(x)$, для которого, $f(1) = -2$, $f(-1) = -6$, $f(-2) = -20$, $f(3) = 10$.

7. Выяснить, образуют ли строки матрицы

$$\begin{pmatrix} 5 & -5 & 1 & -1 & 2 \\ 4 & -7 & 2 & 1 & -2 \\ 6 & -2 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

фундаментальную систему решений для системы уравнений

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 - x_4 - x_5 = 0, \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 - 2x_5 = 0, \\ x_1 + 2x_2 + 5x_3 - 2x_4 - x_5 = 0. \end{cases}$$

Вариант 7.

1. Найти ранг матрицы методом окаймления миноров и при помощи элементарных преобразований

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & 1 & 0 \\ 1 & -5 & 7 & 3 \end{pmatrix}.$$

2. Решить следующие системы линейных уравнений методом Гаусса:

$$\text{а) } \begin{cases} 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 4, \\ -5x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 31, \\ 4x_1 + 4x_2 - x_3 = 3; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} -2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = -7, \\ 3x_1 + 2x_2 + 13x_3 = -8, \\ 7x_1 - 4x_2 + 5x_3 = 6; \end{cases} \quad \text{в) } \begin{cases} -4x_1 + 3x_2 - x_3 = 2, \\ 5x_1 - 2x_2 + 6x_3 = -3, \\ -3x_1 + 4x_2 + 4x_3 = 2. \end{cases}$$

3. Найти какой-нибудь базис и определить размерность линейного пространства решений системы уравнений:

$$\begin{cases} 12x_1 - x_2 + 7x_3 + 11x_4 - x_5 = 0, \\ 24x_1 - 2x_2 + 14x_3 + 22x_4 - 2x_5 = 0, \\ x_1 + x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 0. \end{cases}$$

4. Найти какую-нибудь базу системы векторов и все векторы системы, не входящие в данную базу, выразить через векторы базы:

$$\begin{aligned} a_1 &= (-2 \ 3 \ 1 \ -1), & a_2 &= (-1 \ 0 \ 2 \ -1), \\ a_3 &= (-1 \ 2 \ -1 \ 3), & a_4 &= (0 \ 3 \ -3 \ 1). \end{aligned}$$

5. Исследовать совместность и найти общее решение и одно частное решение системы уравнений:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - 3x_4 = -1, \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 3, \\ 7x_1 - x_2 + x_3 - 9x_4 = -4, \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5. \end{cases}$$

6. Найти многочлен 3-ей степени $f(x)$, для которого,
 $f(1) = 6$, $f(-1) = 2$, $f(2) = 20$, $f(-3) = -10$.

7. Выяснить, образуют ли строки матрицы

$$\begin{pmatrix} -1 & 8 & 1 & 3 & 6 \\ 0 & -3 & 1 & 7 & 1 \\ -1 & -3 & 0 & 10 & 5 \end{pmatrix}$$

фундаментальную систему решений для системы уравнений

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 3x_3 + x_4 - x_5 = 0, \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + 5x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 0. \end{cases}$$

Вариант 8.

1. Найти ранг матрицы методом окаймления миноров и при помощи элементарных преобразований

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ -3 & 0 & 0 & 3 \\ 6 & -1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & -3 & -1 \end{pmatrix}.$$

2. Решить следующие системы линейных уравнений методом Гаусса:

$$\text{а) } \begin{cases} -4x_1 + x_2 + 2x_3 = 14, \\ -5x_1 - 3x_2 + x_3 = -1, \\ 6x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -17; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 5x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 6, \\ -4x_1 + x_2 + 8x_3 = -5, \\ -x_1 - 3x_2 - 5x_3 = -1; \end{cases} \quad \text{в) } \begin{cases} -9x_1 + 2x_2 + x_3 = -5, \\ -3x_1 + 4x_2 - x_3 = -8, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 1. \end{cases}$$

3. Найти какой-нибудь базис и определить размерность линейного пространства решений системы уравнений:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 + 4x_4 + x_5 = 0, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 - 5x_5 = 0, \\ x_1 + 3x_2 - x_3 - 6x_4 - x_5 = 0. \end{cases}$$

4. Найти какую-нибудь базу системы векторов и все векторы системы, не входящие в данную базу, выразить через векторы базы:

$$\begin{aligned} a_1 &= (1 \quad -2 \quad 1 \quad -1), & a_2 &= (2 \quad 0 \quad -1 \quad 3), \\ a_3 &= (3 \quad -2 \quad 2 \quad 1), & a_4 &= (-1 \quad 2 \quad 1 \quad 0). \end{aligned}$$

5. Исследовать совместность и найти общее решение и одно частное решение системы уравнений:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 + 3x_4 + 2x_5 = 2, \\ 2x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 + 2x_5 = 1, \\ 3x_1 + 6x_2 + 4x_3 + 13x_4 + 8x_5 = 9, \\ 2x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 + x_5 = 1. \end{cases}$$

6. Найти многочлен 3-ей степени $f(x)$, для которого,
 $f(1) = -4$, $f(-1) = -8$, $f(2) = -10$, $f(-2) = -25$.

7. Выяснить, образуют ли строки матрицы

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 15 \end{pmatrix}$$

фундаментальную систему решений для системы уравнений

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 10x_4 - x_5 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 10x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + 6x_2 - 9x_3 + 30x_4 - 3x_5 = 0. \end{cases}$$

Вариант 9.

1. Найти ранг матрицы методом окаймления миноров и при помощи элементарных преобразований

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & -5 & 0 \\ 1 & -1 & 3 & 2 \\ 2 & -1 & 3 & 3 \\ 4 & -1 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

2. Решить следующие системы линейных уравнений методом Гаусса:

$$\text{а) } \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 0, \\ -4x_1 + 3x_2 + x_3 = 7, \\ x_1 - x_2 + 7x_3 = 6; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} -x_1 + 3x_2 + 2x_3 = -5, \\ -x_1 - x_2 + 8x_3 = 9, \\ 2x_1 - 4x_2 - 7x_3 = 3; \end{cases} \quad \text{в) } \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 = -4, \\ -3x_1 + 4x_2 + x_3 = 2, \\ -8x_1 + 11x_2 - 3x_3 = 7. \end{cases}$$

3. Найти какой-нибудь базис и определить размерность линейного пространства решений системы уравнений:

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 - x_5 = 0, \\ x_1 + 5x_2 - x_3 + x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 + 16x_2 - 6x_3 + 4x_4 + 7x_5 = 0. \end{cases}$$

4. Найти какую-нибудь базу системы векторов и все векторы системы, не входящие в данную базу, выразить через векторы базы:

$$\begin{aligned} a_1 &= (2 \quad -4 \quad 1 \quad 4), & a_2 &= (3 \quad -4 \quad 1 \quad 0), \\ a_3 &= (2 \quad -2 \quad 1 \quad -1), & a_4 &= (1 \quad -2 \quad 1 \quad 3). \end{aligned}$$

5. Исследовать совместность и найти общее решение и одно частное решение системы уравнений:

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = -2, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 + 4x_4 + 2x_5 = 3, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 - 2x_4 = -7, \\ 6x_1 + 9x_2 + 3x_3 + x_4 + 2x_5 = 2. \end{cases}$$

6. Найти многочлен 3-ей степени $f(x)$, для которого,
 $f(1) = 8$, $f(-1) = 4$, $f(2) = 25$, $f(-2) = 5$.

7. Выяснить, образуют ли строки матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & -1 & 1 \\ 2 & 10 & 2 & -1 & -1 \\ -1 & 7 & -1 & 2 & -4 \end{pmatrix}$$

фундаментальную систему решений для системы уравнений

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 + 7x_4 + 5x_5 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 5x_4 - 7x_5 = 0, \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 + 2x_4 - 2x_5 = 0. \end{cases}$$

Вариант 10.

1. Найти ранг матрицы методом окаймления миноров и при помощи элементарных преобразований

$$\begin{pmatrix} -1 & -3 & 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & -1 & 3 & -1 \\ 1 & 2 & -1 & 0 & -1 \\ -2 & -3 & 2 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

2. Решить следующие системы линейных уравнений методом Гаусса:

$$\text{а) } \begin{cases} 2x_1 - 5x_2 + 3x_3 = -10, \\ -4x_1 + x_2 + 2x_3 = -15, \\ 3x_1 - 3x_2 + 4x_3 = -1; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} -3x_1 + 2x_2 + 5x_3 = -8, \\ 4x_1 - x_2 + 2x_3 = 6, \\ 2x_1 - 3x_2 - 12x_3 = 10; \end{cases} \quad \text{в) } \begin{cases} -5x_1 + 3x_2 - x_3 = -3, \\ 4x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 1, \\ 2x_1 + 13x_3 = -2. \end{cases}$$

3. Найти какой-нибудь базис и определить размерность линейного пространства решений системы уравнений:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 - 3x_2 + 4x_3 - 3x_4 = 0. \end{cases}$$

4. Найти какую-нибудь базу системы векторов и все векторы системы, не входящие в данную базу, выразить через векторы базы:

$$\begin{aligned} a_1 &= (1 \ 3 \ -8 \ -8), & a_2 &= (-1 \ 3 \ 2 \ 4), \\ a_3 &= (3 \ 1 \ 0 \ -2), & a_4 &= (1 \ -1 \ 4 \ 3). \end{aligned}$$

5. Исследовать совместность и найти общее решение и одно частное решение системы уравнений:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 4, \\ 6x_1 + 3x_2 + 3x_3 - 4x_4 + 5x_5 = 5, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 - 4x_4 + 7x_5 = 11, \\ 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 3x_4 + 2x_5 = 6. \end{cases}$$

6. Найти многочлен 3-ей степени $f(x)$, для которого,
 $f(-1) = -6$, $f(2) = 6$, $f(-2) = -18$, $f(3) = 22$.

7. Выяснить, образуют ли строки матрицы

$$\begin{pmatrix} -5 & -1 & -1 & 1 & 6 \\ -7 & 1 & -1 & 1 & 10 \\ 12 & 1 & 4 & 0 & -5 \end{pmatrix}$$

фундаментальную систему решений для системы уравнений

$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 - 3x_3 - 7x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 + 11x_2 - 12x_3 + 34x_4 - 5x_5 = 0, \\ x_1 - 5x_2 + 2x_3 - 16x_4 + 3x_5 = 0. \end{cases}$$

Вариант 11.

1. Найти ранг матрицы методом окаймления миноров и при помощи элементарных преобразований

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 & -1 & 1 \\ -1 & 9 & 1 & 6 & -11 \\ 3 & 1 & 1 & 0 & -3 \\ -2 & 4 & 0 & 3 & -4 \end{pmatrix}.$$

2. Решить следующие системы линейных уравнений методом Гаусса:

$$\text{а) } \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 1, \\ -3x_1 + 4x_2 + 7x_3 = -44, \\ x_1 + 7x_2 + 2x_3 = -15; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} -5x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 4, \\ 2x_1 - x_2 + 7x_3 = -1, \\ -x_1 - x_2 - 24x_3 = -1; \end{cases} \quad \text{в) } \begin{cases} 4x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 5, \\ 6x_1 - x_2 + 3x_3 = 7, \\ -2x_1 + 4x_2 - 5x_3 = 3. \end{cases}$$

3. Найти какой-нибудь базис и определить размерность линейного пространства решений системы уравнений:

$$\begin{cases} 8x_1 + x_2 + x_3 - x_4 + 2x_5 = 0, \\ 3x_1 - 3x_2 - 2x_3 + x_4 - 3x_5 = 0, \\ 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 - 2x_4 + 5x_5 = 0. \end{cases}$$

4. Найти какую-нибудь базу системы векторов и все векторы системы, не входящие в данную базу, выразить через векторы базы:

$$\begin{aligned} a_1 &= (0 \quad -1 \quad 1 \quad -2), & a_2 &= (1 \quad 2 \quad -3 \quad 1), \\ a_3 &= (2 \quad 4 \quad -2 \quad 3), & a_4 &= (2 \quad 3 \quad -1 \quad 1). \end{aligned}$$

5. Исследовать совместность и найти общее решение и одно частное решение системы уравнений:

$$\begin{cases} 3x_1 + 6x_2 + 3x_3 + 2x_4 + 4x_5 = 5, \\ 2x_1 + 4x_2 + 2x_3 + x_4 + 3x_5 = 4, \\ 2x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 7x_4 + 2x_5 = 1. \end{cases}$$

6. Найти многочлен 3-ей степени $f(x)$, для которого,
 $f(1) = 6$, $f(2) = 18$, $f(-2) = -6$, $f(-3) = -22$.

7. Выяснить, образуют ли строки матрицы

$$\begin{pmatrix} 12 & 1 & 4 & 0 & -5 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & -2 \\ 9 & 4 & 4 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

фундаментальную систему решений для системы уравнений

$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 - 3x_3 - 7x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 + 11x_2 - 12x_3 + 34x_4 - 5x_5 = 0, \\ x_1 - 5x_2 + 2x_3 - 16x_4 + 3x_5 = 0. \end{cases}$$

Вариант 12.

1. Найти ранг матрицы методом окаймления миноров и при помощи элементарных преобразований

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 & -2 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ 3 & -3 & 4 & 2 & 4 \\ 4 & 1 & 2 & 3 & 5 \end{pmatrix}.$$

2. Решить следующие системы линейных уравнений методом Гаусса:

$$\text{а) } \begin{cases} -x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 15, \\ 4x_1 - 5x_2 + 6x_3 = -27, \\ 6x_1 - x_2 + 18x_3 = 1; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 3x_1 - 4x_2 - 2x_3 = 7, \\ 2x_1 - 5x_2 + 3x_3 = 8, \\ 4x_1 - 3x_2 - 7x_3 = 6; \end{cases} \quad \text{в) } \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 - 5x_3 = 1, \\ 5x_1 - x_2 + 4x_3 = 0, \\ x_1 - 8x_2 - 19x_3 = 2. \end{cases}$$

3. Найти какой-нибудь базис и определить размерность линейного пространства решений системы уравнений:

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 + 12x_4 - x_5 = 0, \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 - 10x_4 + x_5 = 0, \\ 3x_1 + x_2 + 2x_4 = 0. \end{cases}$$

4. Найти какую-нибудь базу системы векторов и все векторы системы, не входящие в данную базу, выразить через векторы базы:

$$\begin{aligned} a_1 &= (3 \quad -2 \quad 1 \quad 0), & a_2 &= (-1 \quad 2 \quad 1 \quad -1), \\ a_3 &= (6 \quad -6 \quad 2 \quad 1), & a_4 &= (1 \quad -1 \quad 1 \quad 0). \end{aligned}$$

5. Исследовать совместность и найти общее решение и одно частное решение системы уравнений:

$$\begin{cases} 5x_1 + 3x_2 + 3x_3 + x_4 = 11, \\ 3x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = 10, \\ 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 8, \\ 4x_1 - x_2 + 4x_3 + x_4 = 3. \end{cases}$$

6. Найти многочлен 3-ей степени $f(x)$, для которого,
 $f(1) = 9$, $f(-1) = 3$, $f(2) = 24$, $f(-3) = -11$.

7. Выяснить, образуют ли строки матрицы

$$\begin{pmatrix} -7 & 1 & -1 & 1 & 10 \\ 5 & 1 & 1 & -1 & -6 \\ 15 & -2 & 4 & 0 & -11 \end{pmatrix}$$

фундаментальную систему решений для системы уравнений

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - 5x_3 + 9x_4 - x_5 = 0, \\ 2x_1 - 2x_2 - 3x_3 - 7x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 - 5x_2 + 2x_3 - 16x_4 + 3x_5 = 0. \end{cases}$$

Вариант 13.

1. Найти ранг матрицы методом окаймления миноров и при помощи элементарных преобразований

$$\begin{pmatrix} 2 & -3 & -1 & 7 & 5 \\ 3 & 1 & 1 & -2 & 1 \\ 3 & 5 & 3 & -2 & 1 \\ 1 & 4 & 2 & -9 & -4 \end{pmatrix}.$$

2. Решить следующие системы линейных уравнений методом Гаусса:

$$\text{а) } \begin{cases} -3x_1 + 4x_2 - 5x_3 = -25, \\ 2x_1 + x_2 - 7x_3 = -15, \\ 13x_1 + 6x_2 + x_3 = -3; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 5x_1 - 2x_2 + 4x_3 = -1, \\ -3x_1 + 2x_2 + x_3 = 3, \\ x_1 - 2x_2 - 6x_3 = -5; \end{cases} \quad \text{в) } \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 5, \\ -6x_1 + 2x_2 - x_3 = 4, \\ -2x_1 - 4x_2 + 7x_3 = 1. \end{cases}$$

3. Найти какой-нибудь базис и определить размерность линейного пространства решений системы уравнений:

$$\begin{cases} 7x_1 - 14x_2 + 3x_3 - x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - 3x_4 + 7x_5 = 0, \\ 5x_1 - 10x_2 + x_3 + 5x_4 - 13x_5 = 0. \end{cases}$$

4. Найти какую-нибудь базу системы векторов и все векторы системы, не входящие в данную базу, выразить через векторы базы:

$$\begin{aligned} a_1 &= (0 \ 5 \ 2 \ -3), & a_2 &= (1 \ 2 \ 1 \ -3), \\ a_3 &= (3 \ -2 \ 1 \ 4), & a_4 &= (-2 \ 1 \ 0 \ 3). \end{aligned}$$

5. Исследовать совместность и найти общее решение и одно частное решение системы уравнений:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 + x_4 = 3, \\ 4x_1 + x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 2, \\ 7x_1 + 3x_2 + 7x_3 + 2x_4 = 12, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = -5. \end{cases}$$

6. Найти многочлен 3-ей степени $f(x)$, для которого,
 $f(1) = -3$, $f(-1) = -9$, $f(-2) = -24$, $f(3) = 11$.

7. Выяснить, образуют ли строки матрицы

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & -6 & -5 & -1 \\ 0 & -1 & 2 & 0 & 1 \\ -3 & 3 & 2 & 5 & -1 \end{pmatrix}$$

фундаментальную систему решений для системы уравнений

$$\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 + 4x_5 = 0, \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 + 3x_4 + 5x_5 = 0, \\ 6x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 4x_4 + 7x_5 = 0. \end{cases}$$

Вариант 14.

1. Найти ранг матрицы методом окаймления миноров и при помощи элементарных преобразований

$$\begin{pmatrix} 1 & -4 & 5 & 1 \\ -1 & -2 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

2. Решить следующие системы линейных уравнений методом Гаусса:

$$\text{а) } \begin{cases} 5x_1 - 4x_2 + 3x_3 = -3, \\ -2x_1 + x_2 - 6x_3 = 15, \\ 3x_1 - x_2 - 15x_3 = 50; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} -2x_1 - 3x_2 + x_3 = -7, \\ 4x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 2, \\ -2x_1 - 4x_2 = -19; \end{cases} \quad \text{в) } \begin{cases} -3x_1 + 5x_2 - 2x_3 = 7, \\ 2x_1 + 4x_2 - x_3 = -3, \\ -4x_1 + 14x_2 - 5x_3 = 2. \end{cases}$$

3. Найти какой-нибудь базис и определить размерность линейного пространства решений системы уравнений:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 - x_5 = 0, \\ 2x_1 - 2x_2 - 5x_3 - 3x_4 + x_5 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 2x_4 - x_5 = 0. \end{cases}$$

4. Найти какую-нибудь базу системы векторов и все векторы системы, не входящие в данную базу, выразить через векторы базы:

$$\begin{aligned} a_1 &= (1 \quad -3 \quad 1 \quad 3), & a_2 &= (2 \quad -1 \quad 1 \quad 2), \\ a_3 &= (1 \quad -8 \quad 3 \quad 7), & a_4 &= (3 \quad 1 \quad 0 \quad 1). \end{aligned}$$

5. Исследовать совместность и найти общее решение и одно частное решение системы уравнений:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 4x_3 + 3x_4 = 4, \\ -x_1 + x_3 - x_4 = -3, \\ -3x_1 + x_2 - 3x_3 = 1, \\ 7x_1 + x_3 + 3x_4 = -3. \end{cases}$$

6. Найти многочлен 3-ей степени $f(x)$, для которого,
 $f(1) = -6$, $f(-1) = -12$, $f(2) = -6$, $f(-2) = -30$.

7. Выяснить, образуют ли строки матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 5 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 & 3 & 1 \\ -1 & 0 & -6 & 5 & -1 \end{pmatrix}$$

фундаментальную систему решений для системы уравнений

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 2x_3 - x_4 + 4x_5 = 0, \\ 7x_1 + 5x_2 - 3x_3 - 2x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + x_2 + x_3 - 7x_5 = 0. \end{cases}$$

Вариант 15.

1. Найти ранг матрицы методом окаймления миноров и при помощи элементарных преобразований

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 & 0 & -1 \\ 2 & -1 & 1 & -4 & 2 \\ -1 & 0 & 0 & -3 & 0 \\ 5 & -2 & 2 & -5 & 4 \end{pmatrix}.$$

2. Решить следующие системы линейных уравнений методом Гаусса:

$$\text{а) } \begin{cases} -3x_1 - 2x_2 + x_3 = 6, \\ 2x_1 - 7x_2 + 4x_3 = -16, \\ 4x_1 - x_2 + x_3 = -13; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = -5, \\ -5x_1 + x_2 + 7x_3 = 3, \\ -8x_1 - x_2 + 18x_3 = 1; \end{cases} \quad \text{в) } \begin{cases} -5x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 4, \\ 2x_1 + 4x_2 - x_3 = -3, \\ x_1 - 11x_2 = 3. \end{cases}$$

3. Найти какой-нибудь базис и определить размерность линейного пространства решений системы уравнений:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 - x_4 - x_5 = 0, \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 - 2x_5 = 0, \\ x_1 + 2x_2 + 5x_3 - 2x_4 - x_5 = 0. \end{cases}$$

4. Найти какую-нибудь базу системы векторов и все векторы системы, не входящие в данную базу, выразить через векторы базы:

$$\begin{aligned} a_1 &= (-2 \ 1 \ 3 \ -4), & a_2 &= (1 \ 1 \ 2 \ 5), \\ a_3 &= (-1 \ 5 \ 6 \ 0), & a_4 &= (0 \ 3 \ 1 \ -1). \end{aligned}$$

5. Исследовать совместность и найти общее решение и одно частное решение системы уравнений:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 - x_5 = 1, \\ -x_1 + x_2 + x_3 - 2x_4 + x_5 = 0, \\ -2x_1 - x_2 + 2x_3 - 3x_4 + 2x_5 = -1, \\ 3x_1 + 3x_2 - 3x_3 + 4x_4 - 3x_5 = 2. \end{cases}$$

6. Найти многочлен 3-ей степени $f(x)$, для которого,
 $f(1) = 12$, $f(-1) = 6$, $f(2) = 30$, $f(-2) = 6$.

7. Выяснить, образуют ли строки матрицы

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 11 & -7 \\ -1 & 2 & 1 & -3 & 2 \end{pmatrix}$$

фундаментальную систему решений для системы уравнений

$$\begin{cases} 6x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 4x_4 + 7x_5 = 0, \\ 7x_1 + 4x_2 - 3x_3 + 2x_4 + 4x_5 = 0, \\ x_1 + x_2 - x_3 - 2x_4 - 3x_5 = 0. \end{cases}$$

Вариант 16.

1. Найти ранг матрицы методом окаймления миноров и при помощи элементарных преобразований

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}.$$

2. Решить следующие системы линейных уравнений методом Гаусса:

$$\text{а) } \begin{cases} 4x_1 - x_2 + 2x_3 = 3, \\ 3x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 3, \\ -x_1 + 3x_2 + x_3 = -2; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} -x_1 + 3x_2 + 2x_3 = -7, \\ 2x_1 - 5x_2 + 4x_3 = -1, \\ -5x_1 + 14x_2 + 2x_3 = -20; \end{cases} \quad \text{в) } \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 2, \\ -3x_1 + 4x_2 + x_3 = -5, \\ 11x_1 - 8x_2 + 3x_3 = 1. \end{cases}$$

3. Найти какой-нибудь базис и определить размерность линейного пространства решений системы уравнений:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 3x_3 + x_4 - x_5 = 0, \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + 5x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 0. \end{cases}$$

4. Найти какую-нибудь базу системы векторов и все векторы системы, не входящие в данную базу, выразить через векторы базы:

$$\begin{aligned} a_1 &= (3 \quad -4 \quad 1 \quad -2), & a_2 &= (-1 \quad 1 \quad 2 \quad 0), \\ a_3 &= (1 \quad -2 \quad 1 \quad 1), & a_4 &= (1 \quad 0 \quad -1 \quad -4). \end{aligned}$$

5. Исследовать совместность и найти общее решение и одно частное решение системы уравнений:

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 - 2x_4 + x_5 = -1, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 - x_5 = 3, \\ x_1 - 4x_2 + x_3 + x_4 - x_5 = 3, \\ x_1 - x_2 + x_3 = 1. \end{cases}$$

6. Найти многочлен 3-ей степени $f(x)$, для которого, $f(1) = 8$, $f(-2) = -4$, $f(2) = 21$, $f(-3) = -24$.

7. Выяснить, образуют ли строки матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 9 & -4 \\ -1 & 1 & -10 & 7 \\ 1 & 3 & 8 & -1 \end{pmatrix}$$

фундаментальную систему решений для системы уравнений

$$\begin{cases} 3x_1 - 5x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 0, \\ 7x_1 - 4x_2 + x_3 + 3x_4 = 0, \\ 5x_1 + 7x_2 - 4x_3 - 6x_4 = 0. \end{cases}$$

Вариант 17.

1. Найти ранг матрицы методом окаймления миноров и при помощи элементарных преобразований

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & 2 & -2 & 1 \\ -1 & 8 & 5 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & -2 & 1 \end{pmatrix}.$$

2. Решить следующие системы линейных уравнений методом Гаусса:

$$\text{а) } \begin{cases} -4x_1 + x_2 + 2x_3 = 23, \\ 2x_1 - x_2 = -9, \\ 3x_1 + 5x_2 - x_3 = -10; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 4x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -2, \\ 3x_1 - 4x_2 + 7x_3 = 0, \\ -5x_1 + x_3 = 4; \end{cases} \quad \text{в) } \begin{cases} -x_1 + 2x_2 + 3x_3 = -5, \\ 4x_1 - 6x_2 + x_3 = 9, \\ x_1 + 10x_3 = -1. \end{cases}$$

3. Найти какой-нибудь базис и определить размерность линейного пространства решений системы уравнений:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 10x_4 - x_5 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 10x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + 6x_2 - 9x_3 + 30x_4 - 3x_5 = 0. \end{cases}$$

4. Найти какую-нибудь базу системы векторов и все векторы системы, не входящие в данную базу, выразить через векторы базы:

$$\begin{aligned} a_1 &= (3 \ 1 \ -2 \ -1), & a_2 &= (2 \ -2 \ 0 \ 1), \\ a_3 &= (2 \ 6 \ -1 \ -2), & a_4 &= (1 \ 3 \ 1 \ 0). \end{aligned}$$

5. Исследовать совместность и найти общее решение и одно частное решение системы уравнений:

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 1, \\ -x_1 + 2x_3 + x_3 + 3x_4 = 1, \\ x_1 + 3x_2 + x_3 + 2x_4 = 1, \\ -x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 1. \end{cases}$$

6. Найти многочлен 3-ей степени $f(x)$, для которого,
 $f(-1) = -8$, $f(2) = 7$, $f(-2) = -21$, $f(3) = 24$.

7. Выяснить, образуют ли строки матрицы

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -3 & 0 & 2 \\ -3 & -1 & 3 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

фундаментальную систему решений для системы уравнений

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 0, \\ 2x_1 + 2x_2 + 4x_3 - x_4 + 3x_5 = 0, \\ x_1 + x_2 + 5x_3 - 5x_4 + 6x_5 = 0. \end{cases}$$

Вариант 18.

1. Найти ранг матрицы методом окаймления миноров и при помощи элементарных преобразований

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 & 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & -2 & -1 \\ 3 & 2 & -1 & 2 & -5 \\ -3 & 4 & 7 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

2. Решить следующие системы линейных уравнений методом Гаусса:

$$\text{а) } \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 6, \\ -5x_1 + x_2 + 2x_3 = 4, \\ -x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 3; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} -3x_1 + x_2 + 2x_3 = -5, \\ x_1 - x_2 + 5x_3 = 2, \\ 4x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 7; \end{cases} \quad \text{в) } \begin{cases} -5x_1 + 3x_2 - x_3 = 4, \\ 3x_1 + x_2 + 5x_3 = 3, \\ 4x_1 - x_2 + 3x_3 = -3. \end{cases}$$

3. Найти какой-нибудь базис и определить размерность линейного пространства решений системы уравнений:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 + 7x_4 + 5x_5 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 5x_4 - 7x_5 = 0, \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 + 2x_4 - 2x_5 = 0. \end{cases}$$

4. Найти какую-нибудь базу системы векторов и все векторы системы, не входящие в данную базу, выразить через векторы базы:

$$\begin{aligned} a_1 &= (-1 \ 1 \ 2 \ 3), & a_2 &= (2 \ 1 \ -1 \ 0), \\ a_3 &= (-3 \ 5 \ 4 \ 7), & a_4 &= (-3 \ 2 \ 1 \ 1). \end{aligned}$$

5. Исследовать совместность и найти общее решение и одно частное решение системы уравнений:

$$\begin{cases} -2x_1 + 4x_2 + 5x_3 - 11x_4 = 1, \\ -4x_1 + 2x_3 + x_3 - x_4 = -1, \\ -x_1 + x_2 + x_3 - 2x_4 = 0, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 - 5x_4 = 1. \end{cases}$$

6. Найти многочлен 3-ей степени $f(x)$, для которого,
 $f(1) = 12$, $f(-1) = 4$, $f(2) = 28$, $f(-3) = -12$.

7. Выяснить, образуют ли строки матрицы

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 & -1 \\ -5 & 1 & -1 & -2 & 2 \\ -3 & 2 & 1 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

фундаментальную систему решений для системы уравнений

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + 2x_2 + 7x_3 - 4x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + 2x_2 + 11x_3 - 6x_4 + x_5 = 0. \end{cases}$$

Вариант 19.

1. Найти ранг матрицы методом окаймления миноров и при помощи элементарных преобразований

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & 4 & 5 \\ -1 & 2 & 3 & 2 & -3 \\ 2 & 3 & 4 & 1 & -5 \end{pmatrix}.$$

2. Решить следующие системы линейных уравнений методом Гаусса:

$$\text{а) } \begin{cases} -2x_1 + 3x_2 + x_3 = 17, \\ 4x_1 - x_2 = -12, \\ 3x_1 - 5x_2 - 2x_3 = -28; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} x_1 + 3x_2 + 5x_3 = -2, \\ -4x_1 + 3x_2 + x_3 = 5, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = -3; \end{cases} \quad \text{в) } \begin{cases} -3x_1 + 2x_2 + 4x_3 = -7, \\ -x_1 + 3x_2 + x_3 = 2, \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 = 8. \end{cases}$$

3. Найти какой-нибудь базис и определить размерность линейного пространства решений системы уравнений:

$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 - 3x_3 - 7x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 + 11x_2 - 12x_3 + 34x_4 - 5x_5 = 0, \\ x_1 - 5x_2 + 2x_3 - 16x_4 + 3x_5 = 0. \end{cases}$$

4. Найти какую-нибудь базу системы векторов и все векторы системы, не входящие в данную базу, выразить через векторы базы:

$$\begin{aligned} a_1 &= (1 \ 2 \ -1 \ 0), & a_2 &= (9 \ 4 \ 1 \ 2), \\ a_3 &= (3 \ -1 \ 2 \ 1), & a_4 &= (1 \ -5 \ 4 \ 1). \end{aligned}$$

5. Исследовать совместность и найти общее решение и одно частное решение системы уравнений:

$$\begin{cases} x_1 - x_3 - 2x_4 = -2, \\ -5x_1 + 2x_2 + x_3 + 4x_4 = 0, \\ -3x_1 + x_2 + x_3 + 3x_4 = 1, \\ -4x_1 + x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 3. \end{cases}$$

6. Найти многочлен 3-ей степени $f(x)$, для которого, $f(1) = -4$, $f(-1) = -12$, $f(-2) = -28$, $f(3) = 12$.

7. Выяснить, образуют ли строки матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & -5 & 2 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 3 & -4 & 3 & -4 \end{pmatrix}$$

фундаментальную систему решений для системы уравнений

$$\begin{cases} 6x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 3x_4 + 4x_5 = 0, \\ 4x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 0, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 0. \end{cases}$$

Вариант 20.

1. Найти ранг матрицы методом окаймления миноров и при помощи элементарных преобразований

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 & 0 & -5 \\ 1 & -5 & -6 & 4 & 13 \\ 0 & -2 & 3 & 1 & -4 \\ 2 & 0 & -5 & 3 & 12 \end{pmatrix}.$$

2. Решить следующие системы линейных уравнений методом Гаусса:

$$\text{а) } \begin{cases} -5x_1 + x_2 + 3x_3 = 20, \\ 4x_1 + 2x_2 - x_3 = -9, \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = 6; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + x_3 = 2, \\ -5x_1 + 2x_2 + 3x_3 = -6, \\ -3x_1 + 4x_2 - 5x_3 = 2; \end{cases} \quad \text{в) } \begin{cases} -3x_1 + x_2 + 2x_3 = -5, \\ 4x_1 - x_2 - 3x_3 = 6, \\ -2x_1 + x_2 + x_3 = -2. \end{cases}$$

3. Найти какой-нибудь базис и определить размерность линейного пространства решений системы уравнений:

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - 8x_3 + 2x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + 11x_2 - 12x_3 - 34x_4 - 5x_5 = 0, \\ x_1 - 5x_2 + 2x_3 - 16x_4 + 3x_5 = 0. \end{cases}$$

4. Найти какую-нибудь базу системы векторов и все векторы системы, не входящие в данную базу, выразить через векторы базы:

$$\begin{aligned} a_1 &= (-3 \ 1 \ 2 \ 0), & a_2 &= (2 \ -1 \ 1 \ 2), \\ a_3 &= (-4 \ 2 \ 4 \ -3), & a_4 &= (1 \ 0 \ 3 \ -1). \end{aligned}$$

5. Исследовать совместность и найти общее решение и одно частное решение системы уравнений:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 2x_3 - 7x_4 = 0, \\ 2x_1 + x_3 + x_4 - 5x_5 = -1, \\ 4x_1 + 2x_2 + x_3 - 8x_4 = -3. \end{cases}$$

6. Найти многочлен 3-ей степени $f(x)$, для которого, $f(1) = 12$, $f(-1) = 4$, $f(2) = 28$, $f(-3) = -12$.

7. Выяснить, образуют ли строки матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 3 & -3 \\ 1 & 1 & -1 & -7 & 3 \\ -3 & 3 & -1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

фундаментальную систему решений для системы уравнений

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 + x_4 + 2x_5 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 - 2x_3 + x_4 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 + 16x_3 + x_4 + 6x_5 = 0. \end{cases}$$

Вариант 21.

1. Найти ранг матрицы методом окаймления миноров и при помощи элементарных преобразований

$$\begin{pmatrix} -1 & 3 & -2 & 2 & 4 \\ 3 & -1 & -4 & 2 & 8 \\ 1 & 1 & -3 & 2 & 6 \\ -1 & 3 & 3 & -1 & 6 \end{pmatrix}.$$

2. Решить следующие системы линейных уравнений методом Гаусса:

$$\text{а) } \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 4, \\ -5x_1 + 2x_2 + x_3 = 23, \\ -x_1 + 7x_2 + 2x_3 = 25; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 1, \\ x_1 - 4x_2 + 3x_3 = 2, \\ 3x_1 + 8x_2 + x_3 = -4; \end{cases} \quad \text{в) } \begin{cases} 3x_1 - 4x_2 - 3x_3 = 1, \\ -x_1 + 3x_2 + 8x_3 = 2, \\ 2x_1 - x_2 + 5x_3 = 2. \end{cases}$$

3. Найти какой-нибудь базис и определить размерность линейного пространства решений системы уравнений:

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - 5x_3 + 9x_4 - x_5 = 0, \\ 2x_1 - 2x_2 - 3x_3 - 7x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 - 5x_2 + 2x_3 - 16x_4 + 3x_5 = 0. \end{cases}$$

4. Найти какую-нибудь базу системы векторов и все векторы системы, не входящие в данную базу, выразить через векторы базы:

$$\begin{aligned} a_1 &= (-2 \ 3 \ 8 \ 5), & a_2 &= (-1 \ 2 \ 3 \ 1), \\ a_3 &= (0 \ -1 \ 2 \ 3), & a_4 &= (1 \ 2 \ -1 \ 0). \end{aligned}$$

5. Исследовать совместность и найти общее решение и одно частное решение системы уравнений:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 5, \\ x_1 + x_3 + x_4 = 3, \\ 2x_1 + 2x_2 - 2x_3 + x_4 = 4. \end{cases}$$

6. Найти многочлен 3-ей степени $f(x)$, для которого, $f(1) = -8$, $f(-1) = -16$, $f(2) = -7$, $f(-2) = -35$.

7. Выяснить, образуют ли строки матрицы

$$\begin{pmatrix} 9 & 1 & 1 & -5 & -1 \\ 0 & -2 & 1 & 0 & 1 \\ 12 & -1 & 2 & -7 & 1 \end{pmatrix}$$

фундаментальную систему решений для системы уравнений

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 - 2x_2 - 3x_3 + x_4 - x_5 = 0, \\ 2x_1 - x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 0. \end{cases}$$

Вариант 22.

1. Найти ранг матрицы методом окаймления миноров и при помощи элементарных преобразований

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & -1 \\ 4 & 2 & 3 & 4 & 2 \\ 2 & -3 & 2 & -1 & 3 \\ 1 & 6 & 1 & 4 & -6 \end{pmatrix}.$$

2. Решить следующие системы линейных уравнений методом Гаусса:

$$\text{а) } \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 - 6x_3 = -16, \\ 5x_1 - 2x_2 - 4x_3 = -6, \\ x_1 - 6x_2 - 2x_3 = 24; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 5x_1 - x_2 + 2x_3 = -3, \\ 2x_1 - 7x_2 - 5x_3 = 6, \\ -4x_1 + 3x_2 + x_3 = 0; \end{cases} \quad \text{в) } \begin{cases} 2x_1 + x_2 + 2x_3 = 0, \\ 3x_1 - 4x_2 - x_3 = 2, \\ -7x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 1. \end{cases}$$

3. Найти какой-нибудь базис и определить размерность линейного пространства решений системы уравнений:

$$\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 + 4x_5 = 0, \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 + 3x_4 + 5x_5 = 0, \\ 6x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 4x_4 + 7x_5 = 0. \end{cases}$$

4. Найти какую-нибудь базу системы векторов и все векторы системы, не входящие в данную базу, выразить через векторы базы:

$$\begin{aligned} a_1 &= (-1 \ 2 \ 1 \ 3), & a_2 &= (2 \ 1 \ -1 \ 2), \\ a_3 &= (1 \ 3 \ 0 \ 4), & a_4 &= (1 \ 3 \ 0 \ 3). \end{aligned}$$

5. Исследовать совместность и найти общее решение и одно частное решение системы уравнений:

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 - 7x_3 + 7x_4 = 3, \\ 2x_1 - x_3 + 5x_4 = -3, \\ -x_1 + x_2 - 4x_3 + 5x_4 = 2. \end{cases}$$

6. Найти многочлен 3-ей степени $f(x)$, для которого, $f(1) = 16$, $f(-1) = 8$, $f(-2) = 7$, $f(2) = 35$.

7. Выяснить, образуют ли строки матрицы

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 & -1 & 0 \\ 6 & -5 & 2 & 2 & -1 \\ -2 & 13 & 0 & -4 & 1 \end{pmatrix}$$

фундаментальную систему решений для системы уравнений

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - 8x_3 + 2x_4 + x_5 = 0, \\ 2x_1 - 2x_2 - 3x_3 - 7x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 + 11x_2 - 12x_3 + 34x_4 - 5x_5 = 0. \end{cases}$$

Вариант 23.

1. Найти ранг матрицы методом окаймления миноров и при помощи элементарных преобразований

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 & -2 & 3 \\ -6 & 3 & 5 & -2 & 4 \\ 2 & -1 & 1 & 0 & 2 \\ -2 & 1 & 3 & -1 & 3 \end{pmatrix}.$$

2. Решить следующие системы линейных уравнений методом Гаусса:

$$\text{а) } \begin{cases} 2x_1 - 4x_2 + x_3 = 18, \\ 3x_1 - 5x_2 - 6x_3 = 27, \\ 3x_1 - 7x_2 - 4x_3 = 23; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + x_3 = 2, \\ 2x_1 + 3x_2 + 9x_3 = 4, \\ 5x_1 - 6x_2 - 3x_3 = 1; \end{cases} \quad \text{в) } \begin{cases} 5x_1 - x_2 - 2x_3 = 4, \\ 3x_1 - 4x_2 - x_3 = 2, \\ x_1 - 7x_2 = 3. \end{cases}$$

3. Найти какой-нибудь базис и определить размерность линейного пространства решений системы уравнений:

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 2x_3 - x_4 + 4x_5 = 0, \\ 7x_1 + 5x_2 - 3x_3 - 2x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + x_2 + x_3 - 7x_5 = 0. \end{cases}$$

4. Найти какую-нибудь базу системы векторов и все векторы системы, не входящие в данную базу, выразить через векторы базы:

$$\begin{aligned} a_1 &= (2 \ -1 \ 2 \ 1), & a_2 &= (-2 \ 4 \ 3 \ 0), \\ a_3 &= (-1 \ 2 \ 0 \ 3), & a_4 &= (-3 \ 3 \ 1 \ -4). \end{aligned}$$

5. Исследовать совместность и найти общее решение и одно частное решение системы уравнений:

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 + 3x_4 = 5, \\ 2x_1 - x_2 - 3x_3 = -4, \\ x_2 - x_3 + 2x_4 = 2, \\ -x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 3. \end{cases}$$

6. Найти многочлен 3-ей степени $f(x)$, для которого, $f(1) = 6$, $f(-1) = -2$, $f(2) = 25$, $f(-2) = -15$.

7. Выяснить, образуют ли строки матрицы

$$\begin{pmatrix} 2 & -6 & 2 & 11 & 11 \\ -2 & -6 & 6 & 3 & 19 \\ -1 & -6 & 5 & 5 & 17 \end{pmatrix}$$

фундаментальную систему решений для системы уравнений

$$\begin{cases} 7x_1 + 2x_2 - x_3 - 2x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 - 3x_2 + x_3 - x_4 - x_5 = 0, \\ 2x_1 + 5x_2 + 2x_3 + x_4 + x_5 = 0. \end{cases}$$

Вариант 24.

1. Найти ранг матрицы методом окаймления миноров и при помощи элементарных преобразований

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 2 & -1 \\ -1 & 2 & 2 & -4 & 0 \\ 1 & -5 & -6 & 6 & 1 \\ -3 & 1 & 0 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

2. Решить следующие системы линейных уравнений методом Гаусса:

$$\text{а) } \begin{cases} 6x_1 - x_2 + 3x_3 = -19, \\ 2x_1 - 4x_2 + x_3 = -10, \\ x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 8; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 3x_1 - x_2 - 4x_3 = 1, \\ -4x_1 + 9x_3 = 1, \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 = 3; \end{cases} \quad \text{в) } \begin{cases} 7x_1 - x_2 + 2x_3 = -9, \\ 3x_1 - 4x_2 + 5x_3 = 1, \\ x_1 + 7x_2 - 8x_3 = 0. \end{cases}$$

3. Найти какой-нибудь базис и определить размерность линейного пространства решений системы уравнений:

$$\begin{cases} 6x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 4x_4 + 7x_5 = 0, \\ 7x_1 + 4x_2 - 3x_3 + 2x_4 + 4x_5 = 0, \\ x_1 + x_2 - x_3 - 2x_4 - 3x_5 = 0. \end{cases}$$

4. Найти какую-нибудь базу системы векторов и все векторы системы, не входящие в данную базу, выразить через векторы базы:

$$\begin{aligned} a_1 &= (1 \ 2 \ 4 \ -1), & a_2 &= (0 \ -1 \ 3 \ 2), \\ a_3 &= (3 \ 1 \ -2 \ 1), & a_4 &= (2 \ 5 \ 5 \ -4). \end{aligned}$$

5. Исследовать совместность и найти общее решение и одно частное решение системы уравнений:

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 1, \\ 3x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 0, \\ -2x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 1, \\ x_1 + x_2 + x_3 - x_4 = 2. \end{cases}$$

6. Найти многочлен 3-ей степени $f(x)$, для которого,
 $f(-1) = -6$, $f(1) = 2$, $f(2) = 15$, $f(-2) = -25$.

7. Выяснить, образуют ли строки матрицы

$$\begin{pmatrix} -2 & -14 & 1 & 3 & -3 \\ 1 & -7 & 0 & 4 & -2 \\ 3 & 7 & -1 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$

фундаментальную систему решений для системы уравнений

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 10x_3 + x_4 - x_5 = 0, \\ 5x_1 - x_2 + 8x_3 - 2x_4 + 2x_5 = 0, \\ 3x_1 - 3x_2 - 12x_3 - 4x_4 + 4x_5 = 0. \end{cases}$$

Вариант 25.

1. Найти ранг матрицы методом окаймления миноров и при помощи элементарных преобразований

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -2 & 3 \\ 2 & 1 & 2 & -3 & 4 \\ 3 & 2 & -1 & 2 & 2 \\ 0 & 3 & 2 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

2. Решить следующие системы линейных уравнений методом Гаусса:

$$\text{а) } \begin{cases} 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 7, \\ x_1 - x_2 + 3x_3 = -2, \\ 2x_1 - x_2 - 4x_3 = 8; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} -2x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 2, \\ 4x_1 - x_2 + 3x_3 = -2, \\ -x_1 + 4x_2 + 6x_3 = 2; \end{cases} \quad \text{в) } \begin{cases} 3x_1 - 4x_2 + 5x_3 = -1, \\ 2x_1 - 3x_2 - x_3 = 5, \\ x_1 - 2x_2 - 7x_3 = -3. \end{cases}$$

3. Найти какой-нибудь базис и определить размерность линейного пространства решений системы уравнений:

$$\begin{cases} 3x_1 - 5x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 0, \\ 7x_1 - 4x_2 + x_3 + 3x_4 = 0, \\ 5x_1 + 7x_2 - 4x_3 - 6x_4 = 0. \end{cases}$$

4. Найти какую-нибудь базу системы векторов и все векторы системы, не входящие в данную базу, выразить через векторы базы:

$$\begin{aligned} a_1 &= (-3 \ 1 \ 2 \ 0), & a_2 &= (4 \ -1 \ 1 \ 3), \\ a_3 &= (1 \ 2 \ 3 \ -1), & a_4 &= (-1 \ 5 \ 8 \ -2). \end{aligned}$$

5. Исследовать совместность и найти общее решение и одно частное решение системы уравнений:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 - 2x_4 = 0, \\ -x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0, \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 6, \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 6. \end{cases}$$

6. Найти многочлен 3-ей степени $f(x)$, для которого,
 $f(1) = 6$, $f(-1) = 2$, $f(2) = 20$, $f(-3) = -10$.

7. Выяснить, образуют ли строки матрицы

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & -2 & 1 \\ -1 & -1 & 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$

фундаментальную систему решений для системы уравнений

$$\begin{cases} 6x_1 - 9x_2 + 21x_3 - 3x_4 - 12x_5 = 0, \\ -4x_1 + 6x_2 - 14x_3 + 2x_4 + 8x_5 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 7x_3 - x_4 - 4x_5 = 0. \end{cases}$$

Вариант 26.

1. Найти ранг матрицы методом окаймления миноров и при помощи элементарных преобразований

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -4 & 5 \\ -2 & 1 & 2 & -3 & 1 \\ 3 & -2 & 1 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & -5 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

2. Решить следующие системы линейных уравнений методом Гаусса:

$$\text{а) } \begin{cases} 3x_1 - 4x_2 + x_3 = -28, \\ -2x_1 + 3x_2 - 3x_3 = 18, \\ x_1 - 2x_2 - 5x_3 = -18; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 - 4x_3 = 1, \\ 5x_1 - 4x_2 + x_3 = 2, \\ x_1 + 2x_2 + 9x_3 = 0; \end{cases} \quad \text{в) } \begin{cases} 5x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -1, \\ -x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 2, \\ 2x_1 + 7x_2 + 15x_3 = 4. \end{cases}$$

3. Найти какой-нибудь базис и определить размерность линейного пространства решений системы уравнений:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 0, \\ 2x_1 + 2x_2 + 4x_3 - x_4 + 3x_5 = 0, \\ x_1 + x_2 + 5x_3 - 5x_4 + 6x_5 = 0. \end{cases}$$

4. Найти какую-нибудь базу системы векторов и все векторы системы, не входящие в данную базу, выразить через векторы базы:

$$\begin{aligned} a_1 &= (-2 \ 3 \ 1 \ 4), & a_2 &= (1 \ 0 \ -1 \ -3), \\ a_3 &= (3 \ -1 \ -2 \ 1), & a_4 &= (0 \ 5 \ -1 \ 6). \end{aligned}$$

5. Исследовать совместность и найти общее решение и одно частное решение системы уравнений:

$$\begin{cases} 7x_1 + 2x_2 + x_3 + 3x_4 = 6, \\ 5x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 4, \\ 4x_1 + 9x_2 + 7x_3 + x_4 = 2, \\ -2x_1 + x_2 + x_3 - x_4 = -1. \end{cases}$$

6. Найти многочлен 3-ей степени $f(x)$, для которого,
 $f(1) = 8$, $f(-1) = 4$, $f(2) = 25$, $f(-2) = 5$.

7. Выяснить, образуют ли строки матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -3 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & 0 & 2 & 5 \\ 2 & -1 & 0 & -1 & -6 \end{pmatrix}$$

фундаментальную систему решений для системы уравнений

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + 10x_2 - 3x_3 - 2x_4 - x_5 = 0, \\ 4x_1 + 19x_2 - 4x_3 - 5x_4 - x_5 = 0. \end{cases}$$

Вариант 27.

1. Найти ранг матрицы методом окаймления миноров и при помощи элементарных преобразований

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & -3 & 4 & -5 \\ 1 & 0 & 2 & -3 & 4 \\ 3 & 2 & -1 & 5 & -6 \\ 7 & 0 & 6 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

2. Решить следующие системы линейных уравнений методом Гаусса:

$$\text{а) } \begin{cases} 2x_1 - 5x_2 - 3x_3 = 14, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 4, \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = -5; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 - x_3 = 2, \\ 2x_1 - x_2 - 3x_3 = 1, \\ 4x_1 + 9x_2 + x_3 = 3; \end{cases} \quad \text{в) } \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 = -1, \\ 2x_1 - 7x_2 + 13x_3 = -3, \\ 4x_1 + 3x_2 - 3x_3 = 2. \end{cases}$$

3. Найти какой-нибудь базис и определить размерность линейного пространства решений системы уравнений:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + 2x_2 + 7x_3 - 4x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + 2x_2 + 11x_3 - 6x_4 + x_5 = 0. \end{cases}$$

4. Найти какую-нибудь базу системы векторов и все векторы системы, не входящие в данную базу, выразить через векторы базы:

$$\begin{aligned} a_1 &= (-1 \ 2 \ 0 \ 3), & a_2 &= (3 \ -1 \ 1 \ 4), \\ a_3 &= (0 \ 1 \ 1 \ -1), & a_4 &= (2 \ -1 \ 1 \ 0). \end{aligned}$$

5. Исследовать совместность и найти общее решение и одно частное решение системы уравнений:

$$\begin{cases} -3x_1 + 9x_2 + 6x_3 + 5x_4 = 4, \\ -2x_1 + 6x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 5, \\ -x_1 + 3x_2 + 14x_3 + 3x_4 = -8, \\ -x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 2x_4 = -1. \end{cases}$$

6. Найти многочлен 3-ей степени $f(x)$, для которого,
 $f(1) = -2$, $f(-1) = -6$, $f(-2) = -20$, $f(3) = 10$.

7. Выяснить, образуют ли строки матрицы

$$\begin{pmatrix} -1 & 7 & 8 & 1 & 1 \\ 2 & -2 & -3 & 1 & 1 \\ 1 & -6 & -6 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

фундаментальную систему решений для системы уравнений

$$\begin{cases} 5x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 - x_5 = 0, \\ x_1 + 4x_2 - 3x_3 + 2x_4 - 5x_5 = 0, \\ 6x_1 + 2x_2 - 2x_4 - 6x_5 = 0. \end{cases}$$

Вариант 28.

1. Найти ранг матрицы методом окаймления миноров и при помощи элементарных преобразований

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 & 2 & 5 \\ 1 & 2 & -1 & 1 & -1 \\ -2 & -3 & 4 & 1 & 4 \\ 1 & 3 & 1 & 4 & 1 \end{pmatrix}.$$

2. Решить следующие системы линейных уравнений методом Гаусса:

$$\text{а) } \begin{cases} 5x_1 - 3x_2 - 2x_3 = 11, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 17, \\ x_1 - 6x_2 + 4x_3 = 36; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 - x_3 = 2, \\ -2x_1 + x_2 + 3x_3 = 1, \\ -x_1 + 6x_2 + 5x_3 = 4; \end{cases} \quad \text{в) } \begin{cases} -4x_1 + 2x_2 + x_3 = 5, \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 1, \\ 2x_1 - 7x_2 + 13x_3 = -2. \end{cases}$$

3. Найти какой-нибудь базис и определить размерность линейного пространства решений системы уравнений:

$$\begin{cases} 6x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 3x_4 + 4x_5 = 0, \\ 4x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 0, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 0. \end{cases}$$

4. Найти какую-нибудь базу системы векторов и все векторы системы, не входящие в данную базу, выразить через векторы базы:

$$\begin{aligned} a_1 &= (-1 \ 2 \ 3 \ -2), & a_2 &= (4 \ -3 \ -2 \ 2), \\ a_3 &= (1 \ -2 \ 0 \ 1), & a_4 &= (-3 \ 1 \ 2 \ -1). \end{aligned}$$

5. Исследовать совместность и найти общее решение и одно частное решение системы уравнений:

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 - 3x_3 = -1, \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 2, \\ 3x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 3, \\ x_1 + 9x_2 - 5x_3 + 4x_4 = 1. \end{cases}$$

6. Найти многочлен 3-ей степени $f(x)$, для которого,
 $f(1) = -4$, $f(-1) = -8$, $f(2) = -5$, $f(-2) = -25$.

7. Выяснить, образуют ли строки матрицы

$$\begin{pmatrix} 2 & -2 & -2 & -1 & 1 \\ 0 & 6 & -5 & 4 & 3 \\ 4 & -10 & 1 & -6 & -1 \end{pmatrix}$$

фундаментальную систему решений для системы уравнений

$$\begin{cases} 12x_1 - x_2 + 7x_3 + 11x_4 - x_5 = 0, \\ 24x_1 - 2x_2 + 14x_3 + 22x_4 - 2x_5 = 0, \\ x_1 + x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 0. \end{cases}$$

Вариант 29.

1. Найти ранг матрицы методом окаймления миноров и при помощи элементарных преобразований

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & 1 & -3 \\ 1 & 1 & -2 & 2 & 4 \\ -5 & 3 & 2 & 1 & 1 \\ -2 & 3 & 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}.$$

2. Решить следующие системы линейных уравнений методом Гаусса:

$$\text{а) } \begin{cases} 5x_1 - 2x_2 + x_3 = -18, \\ -3x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 17, \\ x_1 - 2x_2 - 4x_3 = -11; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 6x_1 - 2x_2 + x_3 = 3, \\ 4x_1 - 5x_2 - 2x_3 = 1, \\ -2x_1 + 8x_2 + 5x_3 = 1; \end{cases} \quad \text{в) } \begin{cases} 3x_1 - 4x_2 + 5x_3 = -1, \\ -2x_1 + x_2 + 6x_3 = 3, \\ -5x_1 + 5x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$$

3. Найти какой-нибудь базис и определить размерность линейного пространства решений системы уравнений:

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 + x_4 + 2x_5 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 - 2x_3 + x_4 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 + 16x_3 + x_4 + 6x_5 = 0. \end{cases}$$

4. Найти какую-нибудь базу системы векторов и все векторы системы, не входящие в данную базу, выразить через векторы базы:

$$\begin{aligned} a_1 &= (-1 \ 2 \ 1 \ 3), & a_2 &= (3 \ 4 \ -1 \ 2), \\ a_3 &= (5 \ 10 \ -1 \ 7), & a_4 &= (-4 \ -2 \ 2 \ 1).. \end{aligned}$$

5. Исследовать совместность и найти общее решение и одно частное решение системы уравнений:

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 + 7x_4 + 11x_5 = 5, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 2, \\ 6x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 + 5x_5 = 3, \\ 4x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 + 2x_5 = 4. \end{cases}$$

6. Найти многочлен 3-ей степени $f(x)$, для которого,
 $f(-1) = -6$, $f(2) = 9$, $f(-2) = -27$, $f(3) = 38$.

7. Выяснить, образуют ли строки матрицы

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & -7 & 2 & -3 \\ -23 & 8 & 19 & -3 & 0 \\ 19 & -8 & -5 & -1 & 6 \end{pmatrix}$$

фундаментальную систему решений для системы уравнений

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 + 4x_4 + x_5 = 0, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 - 5x_5 = 0, \\ x_1 + 3x_2 - x_3 - 6x_4 - x_5 = 0. \end{cases}$$

Вариант 30.

1. Найти ранг матрицы методом окаймления миноров и при помощи элементарных преобразований

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 0 & 1 & -5 \\ -2 & 3 & 4 & -1 & 2 \\ 0 & 5 & 3 & 5 & 2 \end{pmatrix}.$$

2. Решить следующие системы линейных уравнений методом Гаусса:

$$\text{а) } \begin{cases} -4x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 22, \\ -3x_1 + x_2 + 8x_3 = 23, \\ x_1 - 8x_2 + 2x_3 = -3; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 13x_3 = -3, \\ 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 = -2, \\ -4x_1 + x_2 + 3x_3 = 1; \end{cases} \quad \text{в) } \begin{cases} -5x_1 + 6x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 1, \\ x_1 + 3x_2 + 10x_3 = -2. \end{cases}$$

3. Найти какой-нибудь базис и определить размерность линейного пространства решений системы уравнений:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 - 2x_2 - 3x_3 + x_4 - x_5 = 0, \\ 2x_1 - x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 0. \end{cases}$$

4. Найти какую-нибудь базу системы векторов и все векторы системы, не входящие в данную базу, выразить через векторы базы:

$$\begin{aligned} a_1 &= (2 \ 1 \ 0 \ -3), & a_2 &= (-1 \ 1 \ 4 \ 2), \\ a_3 &= (1 \ 3 \ 2 \ -1), & a_4 &= (4 \ 3 \ -2 \ -6). \end{aligned}$$

5. Исследовать совместность и найти общее решение и одно частное решение системы уравнений:

$$\begin{cases} -3x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 = -3, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 = 1, \\ -x_1 + x_3 + 24x_4 = 1, \\ 4x_1 - 3x_2 - x_3 - 2x_4 = 5. \end{cases}$$

6. Найти многочлен 3-ей степени $f(x)$, для которого, $f(1) = 6$, $f(2) = 27$, $f(-2) = -9$, $f(-3) = -38$.

7. Выяснить, образуют ли строки матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & -3 & 3 \\ 2 & -1 & -1 & 2 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & 7 & 1 \end{pmatrix}$$

фундаментальную систему решений для системы уравнений

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 - x_5 = 0, \\ x_1 + 5x_2 - x_3 + x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 + 16x_2 - 6x_3 + 4x_4 + 7x_5 = 0. \end{cases}$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Курош А.Г. Курс высшей алгебры.–М.: Физматгиз, 1963.
2. Мальцев А.И. Основы линейной алгебры.–М.: Наука, 1975.
3. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре.–М.: Физматгиз, 1962.
4. Фаддеев Д.К., Соминский И.С. Сборник задач по высшей алгебре.–М.: Наука, 1972.